29/2/16

11) Έστω x αριθμός των μόνιμων υπαλλήλων
y_i αριθμός των υπαλλήλων που προσέρχονται για εργασία 9, 10, 11, 12, 13. $i = 1, \dots, 5$

$$\min \{ x \cdot 50 + 16(y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5) \}$$

Περιορισμοί: $x \leq 12$ για τους μόνιμους

$x + y_1 \geq 10$ αρ. υπ. 9-10

$x + y_2 + y_1 \geq 12$ (αυτοί στις 9 και στις 10)

$\frac{x}{2} + y_3 + y_2 + y_1 \geq 14$

οι μισοί κάνουν διάλειμμα στις 11

$\frac{x}{2} + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \geq 16$

$x + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 \geq 18$ (οι y_1 έχουν τελειώσει)

$x + y_3 + y_4 + y_5 \geq 17$

$x + y_4 + y_5 \geq 15$

$x + y_5 \geq 10$

Έχουμε ικανοποιήσει τις απαιτήσεις σε ταμία.
Όσον αφορά την εργατική νομοθεσία, ώρες για ωρομίσθιο προσωπικό:

$$4(y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5) \leq 0,5(10 + 12 + \dots + 10).$$

$x, y_i \geq 0.$

12) Έστω A_i οι ώρες για την εκτέλεση της εργασίας A στο εργαστήριο i.
Ομοίως ορίζονται τα B_i, Γ_i, Δ_i με $i = 1, 2, 3$

$$\min \{ (A_1 + B_1 + \Gamma_1 + \Delta_1) 89 + (A_2 + B_2 + \Gamma_2 + \Delta_2) 81 + (A_3 + B_3 + \Gamma_3 + \Delta_3) 84 \}$$

Περιορισμοί:

$A_1+B_1+\Gamma_1+\Delta_1 \leq 160$

$A_2+B_2+\Gamma_2+\Delta_2 \leq 160$

$A_3+B_3+\Gamma_3+\Delta_3 \leq 160$

καθώς επίσης και ότι κάθε εργασία πρέπει να ολοκληρωθεί.

$\frac{A_1}{32} + \frac{A_2}{39} + \frac{A_3}{46} = 1$ $\quad$ $\frac{\Gamma_1}{72} + \frac{\Gamma_2}{61} + \frac{\Gamma_3}{57} = 1$

$\frac{B_1}{151} + \frac{B_2}{147} + \frac{B_3}{155} = 1$ $\quad$ $\frac{\Delta_1}{118} + \frac{\Delta_2}{126} + \frac{\Delta_3}{121} = 1$

$A_i, B_i, \Gamma_i, \Delta_i \geq 0 \quad i=1,2,3$

13) Έστω x_{ij} ο αριθμός των μαθητών που θα μετακινηθούν από τον i τομέα της πόλης στο j σχολείο με $i=1,\dots,5$ και $j=1,2,3$.

$\min\{8x_{11}+11x_{12}+\dots+12x_{53}\}$

Περιορισμοί: $x_{11}+x_{12}+x_{13}=700$

$x_{21}+x_{22}+x_{23}=300$

$x_{31}+x_{32}+x_{33}=900$

$x_{41}+x_{42}+x_{43}=600$

$x_{51}+x_{52}+x_{53}=500$

(που πάνε στο σχολείο 1) $x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}+x_{51} \leq 1200$

$x_{12}+x_{22}+x_{32}+x_{42}+x_{52} \leq 1200$

$x_{13}+x_{23}+x_{33}+x_{43}+x_{53} \leq 1200$

$x_{ij} \geq 0$

14) x_A κομμάτια τύπου A

x_B κομμάτια τύπου B

x_C κομμάτια τύπου C.

y τεμάχιο τελικού προϊόντος.

$$
\begin{array}{l|l}
\max y & 10x_A + 8x_B + 6x_C \le 2\cdot 8\cdot 60 \\
y = x_A & 9x_A + 21x_B + 15x_C \le 3\cdot 8\cdot 60 \\
y = x_B & \\
y = x_C & \left| \dfrac{10x_A+8x_B+6x_C}{2} - \dfrac{9x_A+21x_B+15x_C}{3} \right| \le 60.
\end{array}
$$

$y, x_A, x_B, x_C \ge 0.$

15) Έστω x_i ο αριθμός των σερβιτόρων που ξεκινούν στη πενθήμερη εργασία την i ημέρα.

$\min\{x_1 + \dots + x_7\}$

<u>Περιορισμοί</u>: $x_1 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \ge 17$ (Δευτέρα)

$x_1 + x_2 + x_5 + x_6 + x_7 \ge 13$ (Τρίτη)

$x_1 + x_2 + x_3 + x_6 + x_7 \ge 15$ (Τετάρτη)

Ομοίως να γίνουν τα άλλα, για τις υπόλοιπες ημέρες.

Κάθε συνδυασμός $x = (x_1, \dots, x_n)$ των μεταβλητών απόφασης ενός προβλήματος ονομάζεται λύση του προβλήματος.

<u>Προβλήματα</u> (Τα σχήματα είναι προσεγγιστικά).

- $\max\ z = (150x_1 + 200x_2)$

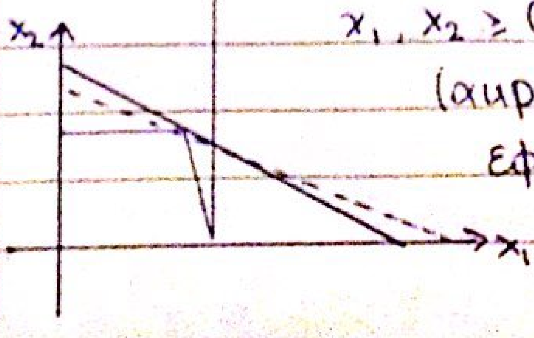
<u>Περιορισμοί</u>: $x_1 + x_2 \le 550$

$x_1 + 3x_2 \le 1000$

$2x_1 + 5x_2 \le 2000$

$x_1 \le 400$

$x_1, x_2 \ge 0$



(ακριβώς μια λύση με φραγμένη εφικτή περιοχή)

$150x_1 + 200x_2 = 600$ (Μετακινώ παράλληλα στην z, ώστε
$150x_1 + 200x_2 = 1200$ να μεγιστοποιήσω και καταλήγω
σε ένα σύστημα 2 αγνώστων με 2
εξισώσεις).

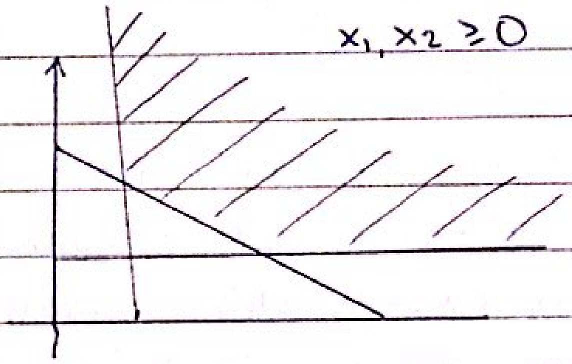
- $\max z = (1{,}5x_1 + 2{,}5x_2)$

<u>Περιορισμοί</u> : $0{,}3x_1 + 0{,}2x_2 \geq 15$

$0{,}05x_1 + 0{,}25x_2 \geq 9$

$x_2 \geq 20$

$x_1, x_2 \geq 0$



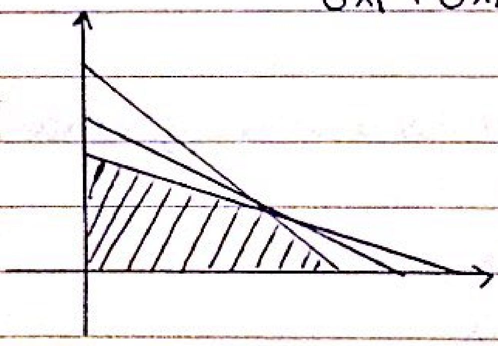
μη φραγμένη εφικτή περιοχή.

- $\max z = 25x_1 + 20x_2$

<u>Περιορισμοί</u>: $3x_1 + x_2 \leq 297$ (Ένδειξη για άπειρες λύσεις)

$5x_1 + 4x_2 \leq 600$

$6x_1 + 8x_2 \leq 960$



άπειρες άριστες λύσεις

- x_1 lt σε χιλιάδες του ΔΛ 1

x_2 lt σε χιλιάδες του ΔΛ 2.

$\max \{3x_1 + 5x_2\}$

<u>Περιορισμοί</u> :

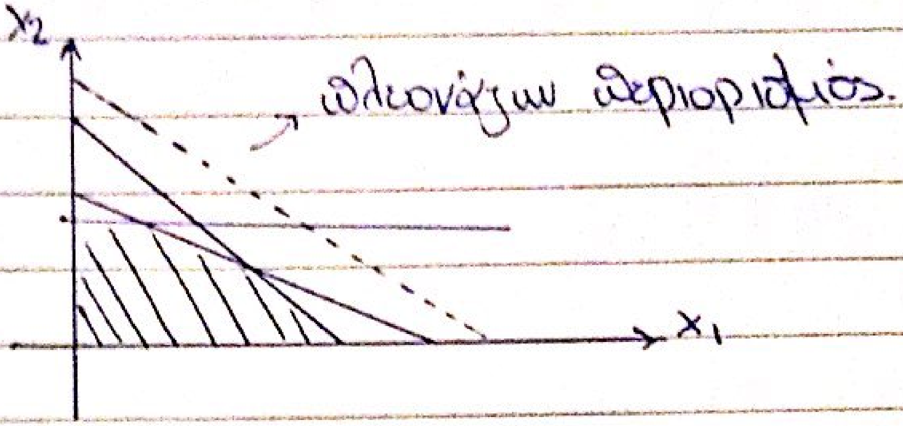
$2x_1 + x_2 \leq 230$

$x_1 + 2x_2 \leq 250$

$x_2 \leq 120$

$x_1 + x_2 \leq 300$

$x_1, x_2 \geq 0$



• x_1 αριθμός φορτηγών που παράγονται ημερησίως
x_2 αριθμός αυτοκινήτων -||- -||- -||-

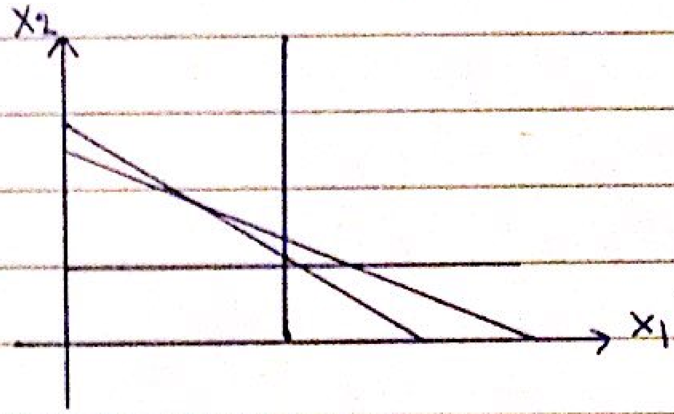
$\max \{3x_1 + 2x_2\}$

$\frac{x_1}{50} + \frac{x_2}{50} \leq 1$ (λιγότερο από μια ημέρα)

$\frac{x_1}{40} + \frac{x_2}{60} \leq 1$

$x_1 \geq 30$

$x_2 \geq 20$



Αδύνατο πρόβλημα (καθώς εκεί που συναληθεύουν οι περιορισμοί έχω κενό σύνολο).